

Quadratische Funktion – a)

Der Graph einer Polynomfunktion f zweiten Grades schneidet die positive senkrechte Achse im Punkt $A = (0|y_A)$ und hat mit der positiven x -Achse den Punkt $B = (x_B|0)$ gemeinsam, wobei B ein Extrempunkt von f ist.

Die Funktion f ist von der Form $f(x) = \frac{1}{4} \cdot x^2 + b \cdot x + c$ mit $b, c \in \mathbb{R}$.

Aufgabenstellung:

- a) A Geben Sie an, ob c größer als null, gleich null oder kleiner als null sein muss, und begründen Sie Ihre Entscheidung!

Geben Sie an, ob b größer als null, gleich null oder kleiner als null sein muss, und begründen Sie Ihre Entscheidung!

Quelle: BMBWF, Nebentermin 1 2017/18 – Mathematik (AHS), Teil 2, Aufgabe 1,
www.srdp.at/downloads/dl/nebentermin-1-201718-mathematik-ahs/

Quadratische Funktion – a)

Define $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + b \cdot x + c$

done

$f(x)$

$$\frac{x^2}{4} + b \cdot x + c$$

$\left\{ \begin{array}{l} f(0) = y_A \\ \frac{d}{dx}(f(x)) = 0 \mid x = x_B \end{array} \right. \quad \mathbf{b, c}$

$$\left\{ b = -\frac{x_B}{2}, c = y_A \right\}$$

□

Algeb Standard Reell 2π

A auf positiver senkrechter Achse: $y_A > 0$

B auf positiver x -Achse: $x_B > 0$

Lösung:

$$c = y_A > 0 \text{ und } b = -\frac{x_B}{2} < 0$$

Quadratische Funktion – b)

b) Gegeben ist folgende Aussage: „Der Punkt B ist ein Schnittpunkt der Graphen der Funktion f und ihrer Ableitungsfunktion f' .“ Geben Sie an, ob diese Aussage wahr oder falsch ist, und begründen Sie Ihre Entscheidung!

Es gibt für alle Werte von b genau eine Stelle x_t mit folgender Eigenschaft: An der Stelle x_t haben f und f' die gleiche Steigung. Geben Sie diese Stelle x_t in Abhängigkeit von b an!

Quadratische Funktion – b)

The screenshot shows a CASIO calculator interface with the following elements:

- Top bar: "Edit Aktion Interaktiv" with a close button.
- Toolbar: Includes a square root symbol, a fraction template ($\frac{\square}{\square}$), a derivative template ($\frac{d}{dx}$), a simplify button ("Simp"), an integral template ($\int dx$), and a graphing icon.
- Main display area:
 - Equation: $\left\{ \frac{d}{dx}(f(x)) = 0 \mid x = x_B \right\}$ with parameters b, c .
 - Result: $\left\{ b = \frac{-x_B}{2}, c = y_A \right\}$
 - Equation: $\text{solve}\left(\frac{d}{dx}(f(x)) = \frac{d^2}{dx^2}(f(x)), x\right)$
 - Result: $\{x = -2 \cdot b + 1\}$
- Bottom bar: Modes "Algeb", "Standard", "Reell", "2π" and a grid icon.

$$B(x_B; 0), \text{ also } f(x_B) = 0$$

$$f'(x_B) = 0, \text{ also } B \text{ auf } f'(x)$$

Lösung:

B liegt auf $f(x)$ und $f'(x)$, also Schnittpunkt; $x_t = 1 - 2b$

Quadratische Funktion – c)

- c) Geben Sie an, welcher Zusammenhang zwischen b und c bestehen muss, damit die Extremstelle x_B von f auch Nullstelle von f ist!

Geben Sie die Koeffizienten b und c der Funktion f in Abhängigkeit von x_B an!

Quadratische Funktion – c)

The screenshot shows the 'Edit Aktion Interaktiv' window of a Casio calculator. The window contains the following mathematical steps:

- Initial equation: $\text{solve}\left(\frac{d}{dx}(f(x)) = \frac{d^2}{dx^2}(f(x)), \dots\right)$
- Result: $\{x = -2 \cdot b + 1\}$
- System of equations: $\begin{cases} f(x_B) = 0 \\ \frac{d}{dx}(f(x)) = 0 \mid x = x_B \end{cases} \quad b, c$
- Substitution: $\left\{ b = \frac{-x_B}{2}, c = \frac{x_B^2}{4} \right\}$
- Second solve: $\text{solve}\left(b = \frac{-x_B}{2}, x_B\right)$
- Result: $\{x_B = -2 \cdot b\}$
- Substitution: $c = \frac{x_B^2}{4} \mid \text{ans}$
- Final result: $c = b^2$

The calculator interface includes a toolbar with icons for fractions, derivatives, simplification, and other mathematical functions. The bottom of the window shows mode selection options: 'Algeb', 'Standard', 'Reell', and '2π'.

Lösung:

$$c = b^2; b = -\frac{x_B}{2} \text{ und } c = \frac{x_B^2}{4}$$